

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

# ЦИФРОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

в добыче и переработке углеводородов:  
от моделей к практике



## Модель фильтрации с фиксированной трубкой тока для элементов заводнения нефтяного пласта

д.ф.-м.н., проф. **Мазо Александр Бенцианович**

д.ф.-м.н., доц. **Поташев Константин Андреевич**

Казанский федеральный университет  
Институт математики и механики им. Н. И. Лобачевского  
Кафедра аэрогидромеханики

**07.10.2020 г.**

# Проблема

Моделирование сложных методов воздействия на нефтяной пласт



Детальное описание мелкомасштабных гидродинамических эффектов



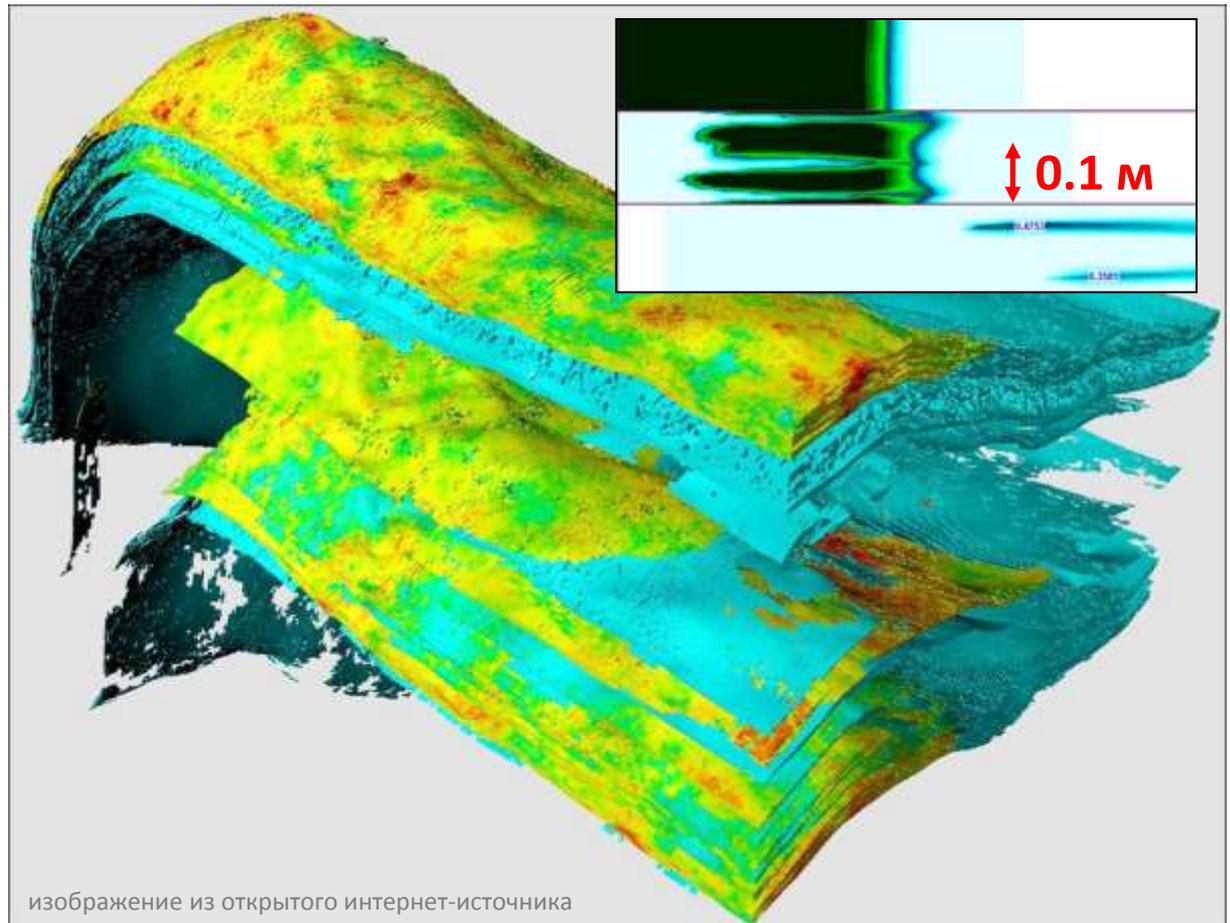
Повышение размерности расчетной сетки фильтрационной модели

Шаг сеток подробных  
фильтрационных моделей  
**0.1 м**

Характерные размеры  
участка воздействия  
 **$10^2$ - $10^3$  м (XY),  $10$ - $10^2$  м (Z)**

Размерность сеток  
секторной модели  
 **$10^6$ - $10^9$**

Решение – специальные  
модели и расчетные  
схемы



# Модель фиксированной трубки тока для локального воздействия ГТМ

## История

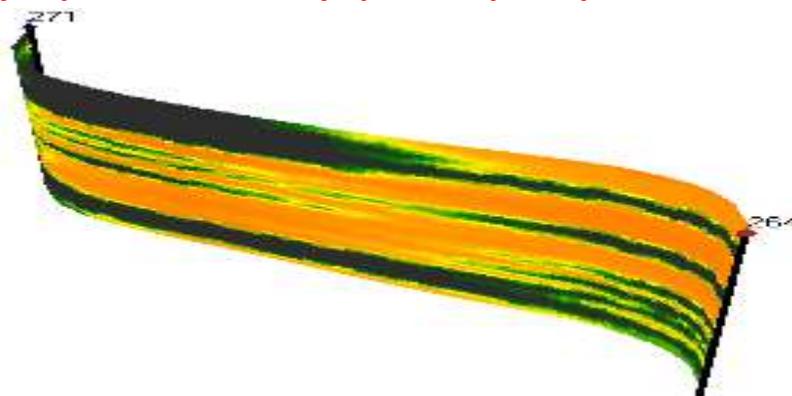
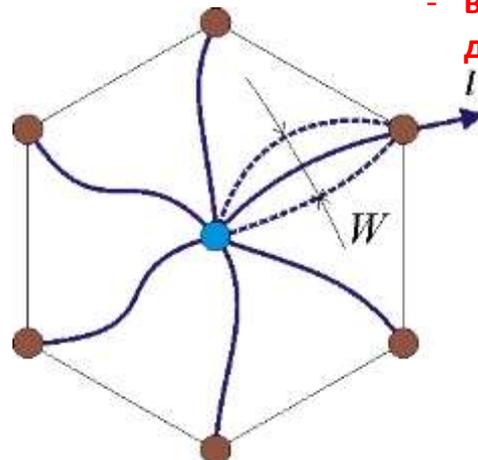
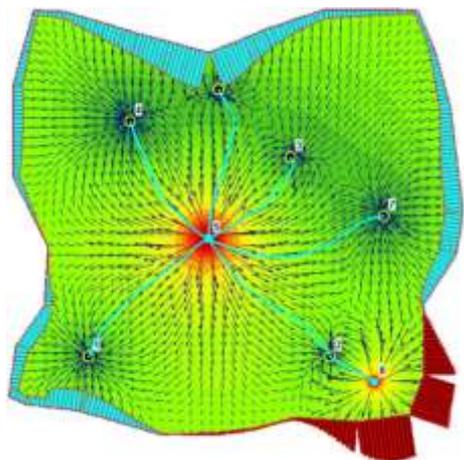
- метод «жестких» (фиксированных) трубок тока, Крылов, Чарный и др., 1940-е;
- streamtube method, Higgins, Leighton, 1960-е, Martin, Wegner, 1970-е;
- гибридная схема, Lake и др., Emanuel, Renard, 1980-е
- двухэтапный метод, Baek, Hewett, 2000-е

## Основные положения

- область решения покрывается малым числом трубок тока между скважинами;
- границы трубок тока определяются по линиям тока для стационарной задачи;
- в каждой трубке тока строится аналитическое решение о переносе насыщенности;
- все трубки тока одномерны;
- задача двухфазной фильтрации в типичном поперечном сечении трубки тока дает зависимость обводненности от закачанных PV;
- сводится к стандартному методу в двумерном пласте;
- поперечное сечение каждой трубки тока снова покрывается набором трубок тока;

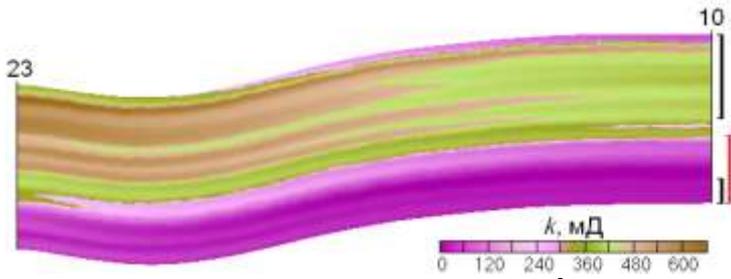
- модель фильтрации с фиксированной трубкой тока, Мазо, Поташев, 2016

- для каждой пары скважин строится одна трубка тока;
- форма трубки тока определяется из пробных задач;
- в вертикальном сечении трубок тока решаются двумерные задачи двухфазной фильтрации;

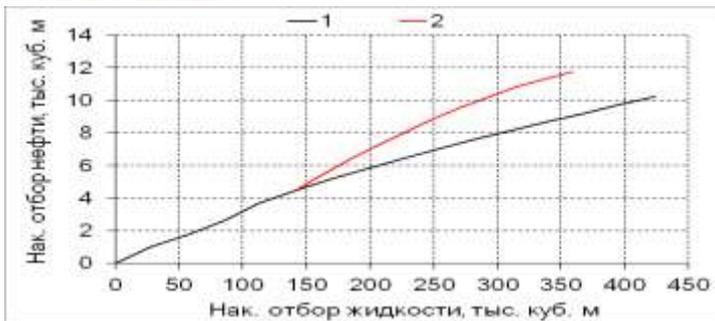
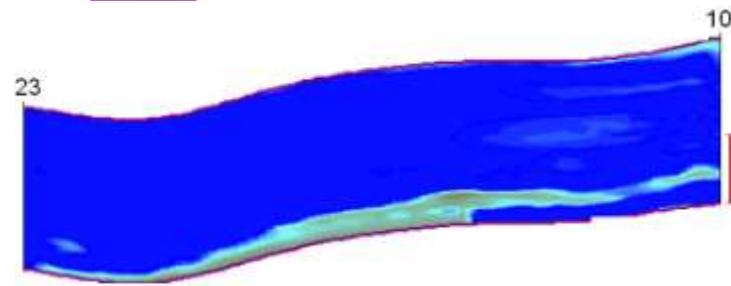
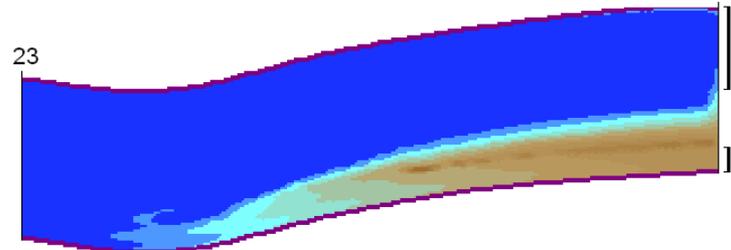


# Примеры приложения МФТТ

## Смена интервала перфорации

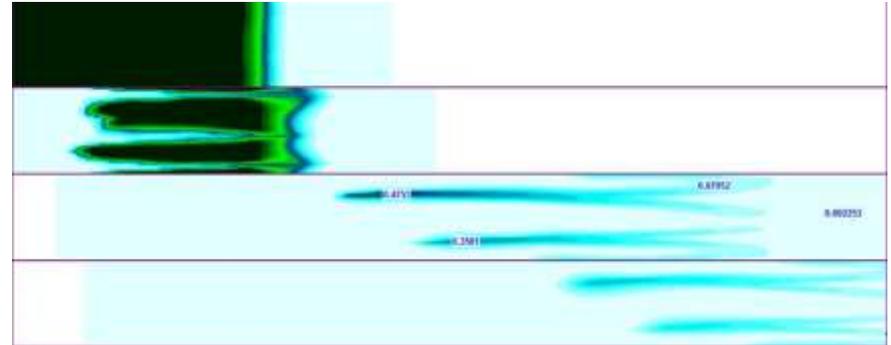


Поля  $s$  при двух вариантах перфорации

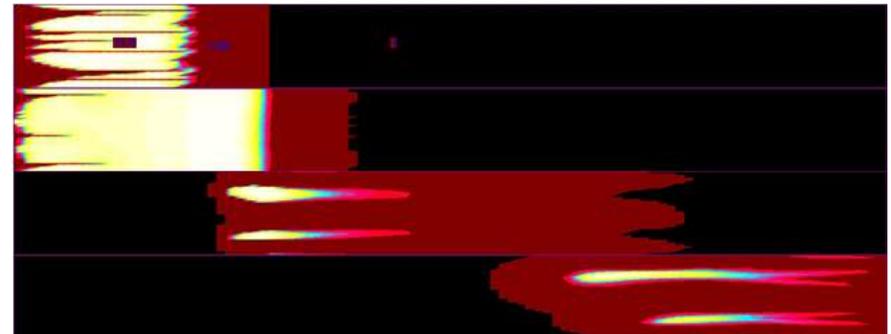
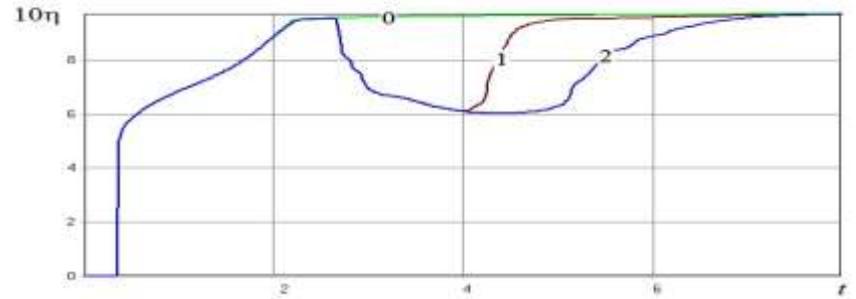


## Закачка полимерного раствора

Разрушение вязкой оторочки полимера



Поле концентрации полимера



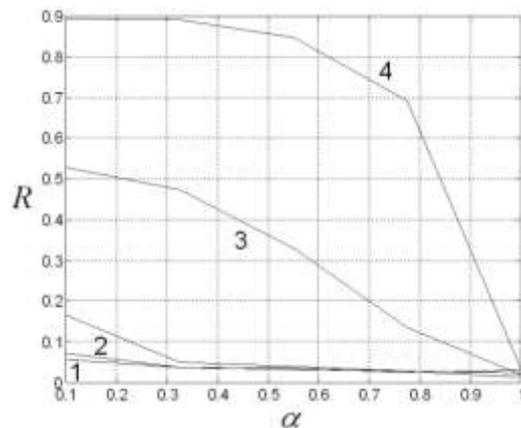
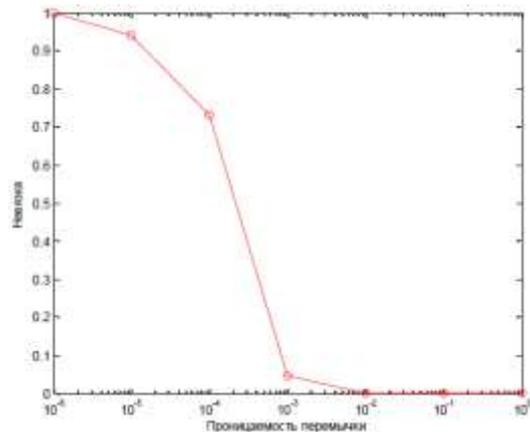
Динамика поля эффективной вязкости

# Основные гипотезы модели фильтрации в фиксированной трубке тока

## ГИПОТЕЗЫ

1. Скважины вертикальны, а расстояние между ними не превышает масштаб латеральной неоднородности пласта:

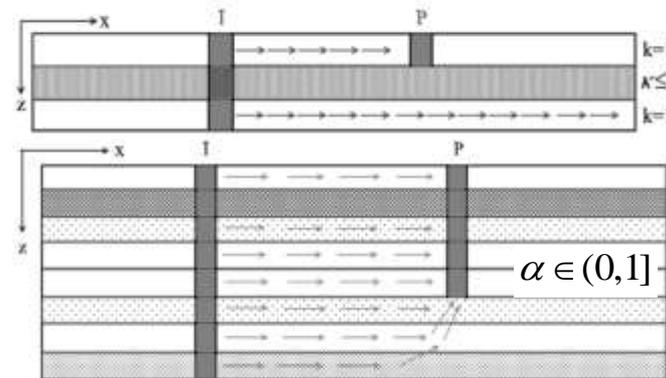
- XY-проекции ЛТ слабо зависят от Z;
- ТТ ограничены по бокам вертикальными поверхностями.



оценка выполнена

Spirina E.A., Potashev K.A., Mazo A.B.

Evaluation of the reliability of the averaging over the reservoir thickness for the model with a fixed streamtube // Conf. Series: J. of Physics, 2019



2. Моделируются «быстрые» эффекты:

- граничные условия постоянны;
- режимы работы скважин постоянны;
- геометрия трубок тока (ТТ) фиксирована.

требуется оценка

3. Для каждой пары взаимодействующих скважин достаточно одной эффективной трубки тока

требуется оценка

# Рассматриваемые схемы расстановки скважин

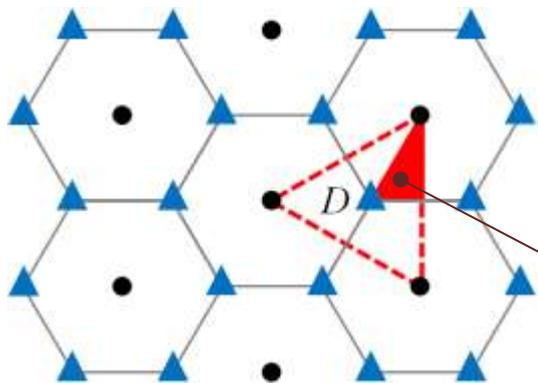


СХЕМА-1

семиточечная  
аналог обращенной четырехточечной

ячейка периодичности элементов заводнения

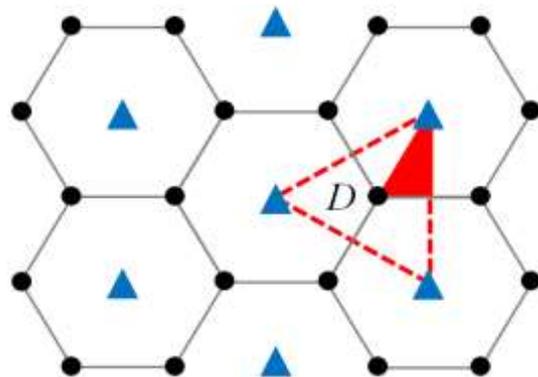


СХЕМА-2

обращенная семиточечная  
аналог четырехточечной

● – добывающие скважины  
▲ – нагнетательные скважины

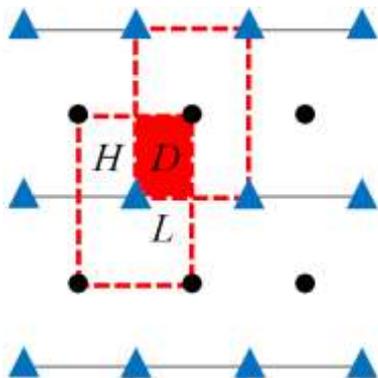


СХЕМА-3

смещенная однорядная  
аналог стандартной пятиточечной (верхний элемент)  
аналог обращенной пятиточечной (нижний элемент)

# Постановка задачи и методы решения

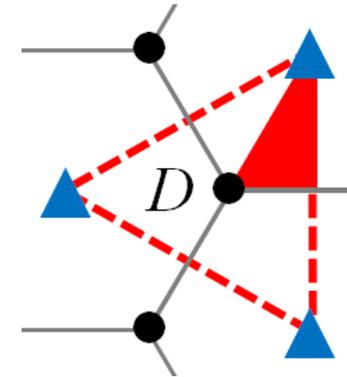
1. Решается 2D-задача двухфазной фильтрации в плоскости XY на детальной сетке

$$t > 0, (x, y) \in D: \nabla \cdot \mathbf{u} = \sum_{j=1}^{N_w} q_j \delta(x - x_j) \delta(y - y_j), \quad \mathbf{u} = -\varphi(s) \nabla p$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \cdot [f(s) \mathbf{u}] = \sum_{j=1}^{N_w} f(s(x_j, y_j)) q_j \delta(x - x_j) \delta(y - y_j)$$

$$t = 0, (x, y) \in D: s = 0; \quad t > 0, (x, y) \in \partial D: \frac{\partial p}{\partial n} = 0;$$

$$(x_j^I, y_j^I): p = 1, s = 1; \quad (x_j^P, y_j^P): p = 0.$$



МКЭ - задача для давления

МКО - задача для насыщенности

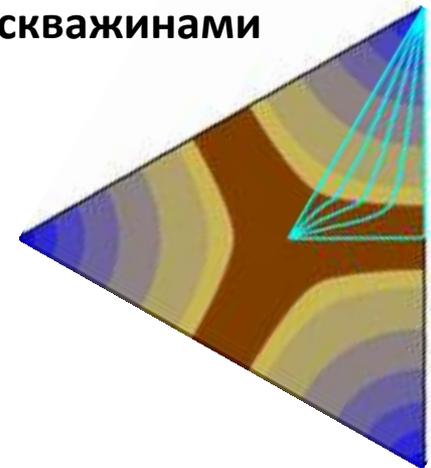
2. Определяются «точные» показатели работы скважин  $q(t) \equiv q_1^P(t), \quad F(t) \equiv f(s(\mathbf{x}_1^P, t))$

3. Строится серия линий тока между взаимодействующими скважинами

это **исходные трубки тока (ИТТ)** –  $N$  штук

длина ИТТ  $\lambda_i (i = 1..N)$

ширина ИТТ  $w_i(l) = 1/|\mathbf{u}(l)|, \quad 0 \leq l \leq \lambda_i, \quad i = 1..N$



# Постановка задачи и методы решения

## 4. Строится эффективная трубка тока (ЭТТ)

ширина ЭТТ – как линейная комбинация ширин исходных трубок тока ИТТ

$$w(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i w_i(x), \quad \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1, \quad x = \frac{l}{\lambda_i} \in [0, 1]$$

задача двухфазной фильтрации в ЭТТ

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \lambda u, \\ \bar{t} &= \lambda^{-2} t, \quad \bar{t} > 0, \quad 0 < x < 1: \\ \lambda &= \sum_{i=1}^N \alpha_i \lambda_i \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial x} (w \bar{u}) = 0, \quad \bar{u} = -\varphi(s) \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial s}{\partial \bar{t}} + \frac{1}{w} \frac{\partial}{\partial x} [f(s) w \bar{u}] = 0; \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{t} = 0, \quad 0 \leq x \leq 1: \quad s = 0; \\ \bar{t} > 0, \quad x = 0: \quad p = 1, \quad s = 1; \\ \bar{t} > 0, \quad x = 1: \quad p = 0. \end{array} \right.$$

показатели работы скважин

$$q_E(t) = 2\pi r_w \bar{u}(\lambda^2 \bar{t}, 1) / \lambda, \quad F_E(t) = f(s(\lambda^2 \bar{t}, 1))$$

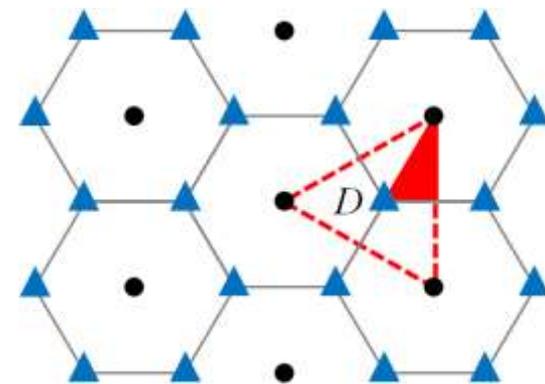
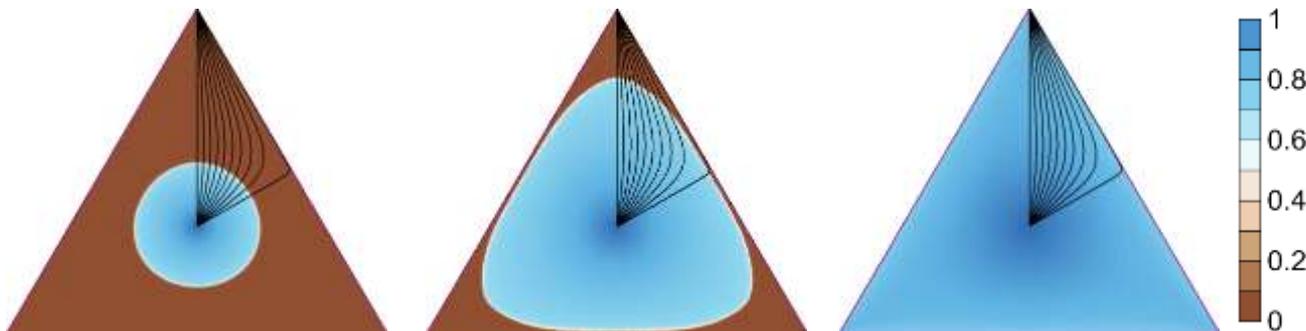
весовые коэффициенты определяются из условия минимизации отклонения динамики показателей работы скважин

$$\alpha_i = \alpha_0 - \alpha \lambda_i, \quad \alpha_0 = \frac{1}{N} \left( 1 + \alpha \sum_{i=1}^N \lambda_i \right), \quad \alpha \geq 0; \quad \alpha^* = \arg \left[ \min_{\alpha \geq 0} R(\alpha) \right]$$

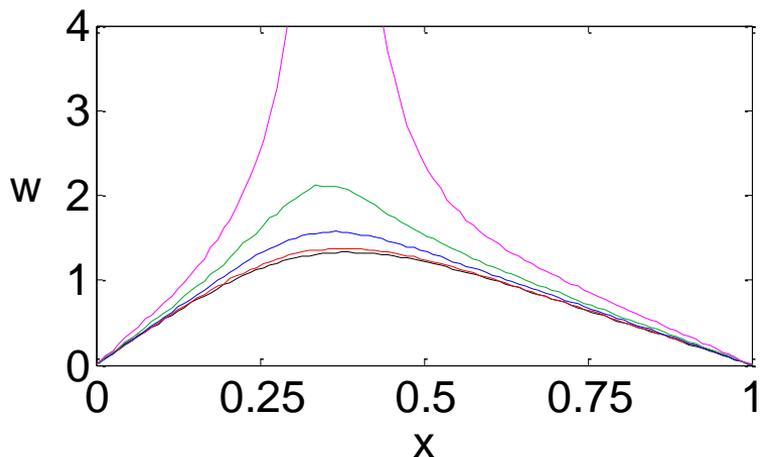
$$R(\alpha_i) = \frac{1}{2} (R_q(\alpha_i) + R_F(\alpha_i))$$

# Результаты. Схема-1. «Точное» решение и трубки тока

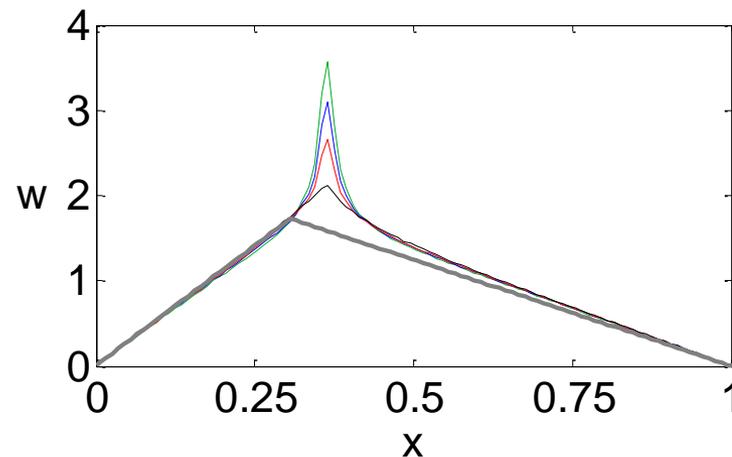
Структура линий тока и динамика поля водонасыщенности в ячейке периодичности



Относительная ширина нормированных по длине трубок тока



ИТТ при  $N=5$



ЭТТ при  $N=3, 5, 10, 120$  и аппроксимация:

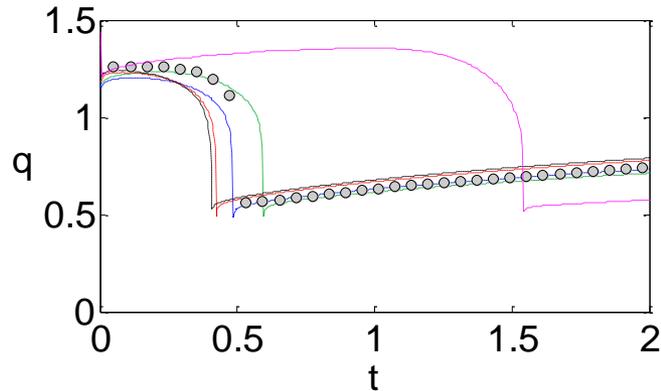
$$W(x) = \begin{cases} \omega + ax, & 0 \leq x < \xi, \\ 1 + b(1-x), & \xi \leq x < 1. \end{cases}$$

$$\omega = 2, \quad \alpha = a/(\lambda/r_w) = 2.052, \quad \beta = b/(\lambda/r_w) = 0.906$$

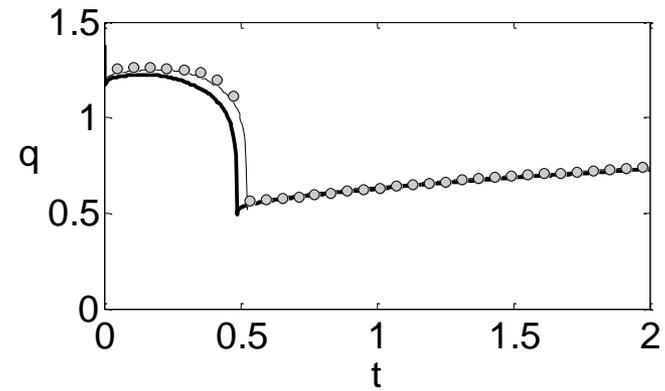
$$\xi = (b + 1 - \omega)/(a + b)$$

# Результаты. Схема-1. Сравнение «точного» решения с МФТТ

Истинный (маркер) и вычисленный в ТТ (линии) дебит скважины

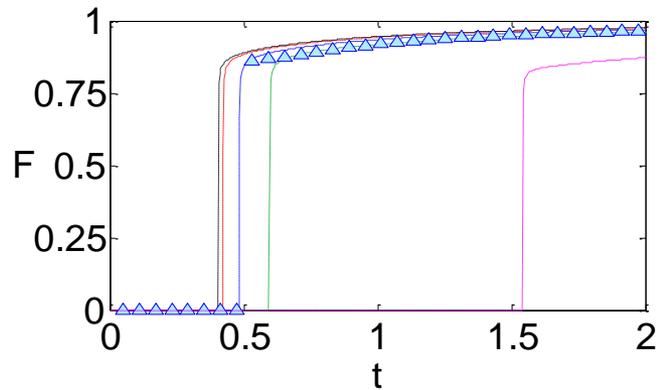


в каждой ИТТ при  $N=5$

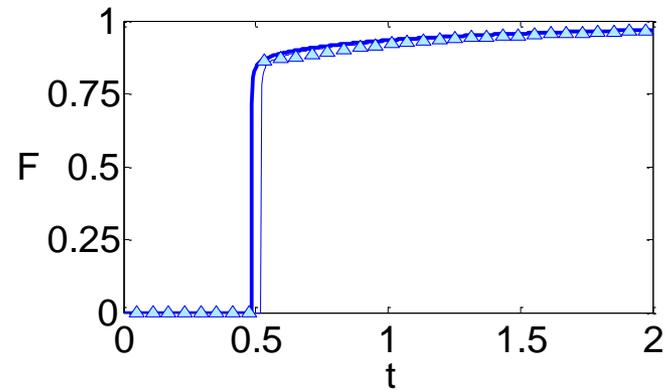


в ЭТТ с  $w$  (тонкая линия)  
и с аппроксимацией  $W$  (двойная толщина)

Истинная (маркер) и вычисленная в ТТ (линии) обводненность скважины



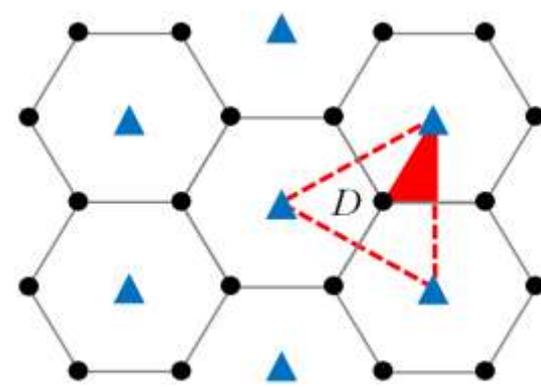
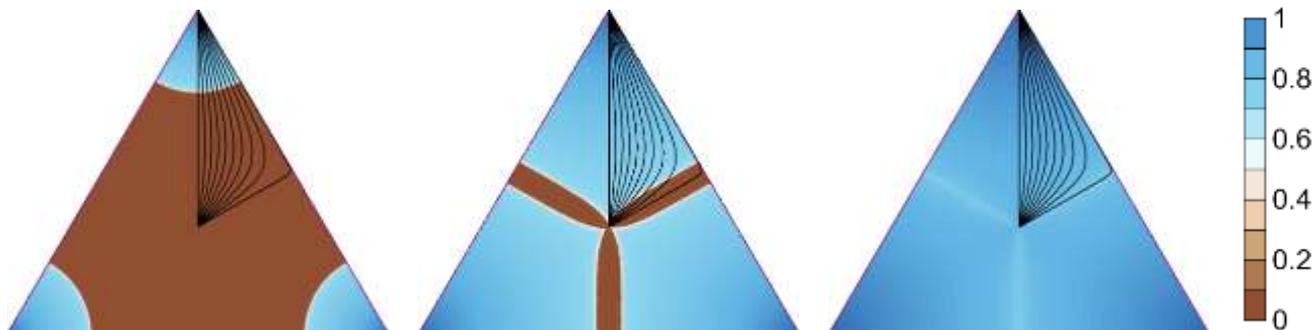
в каждой ИТТ при  $N=5$



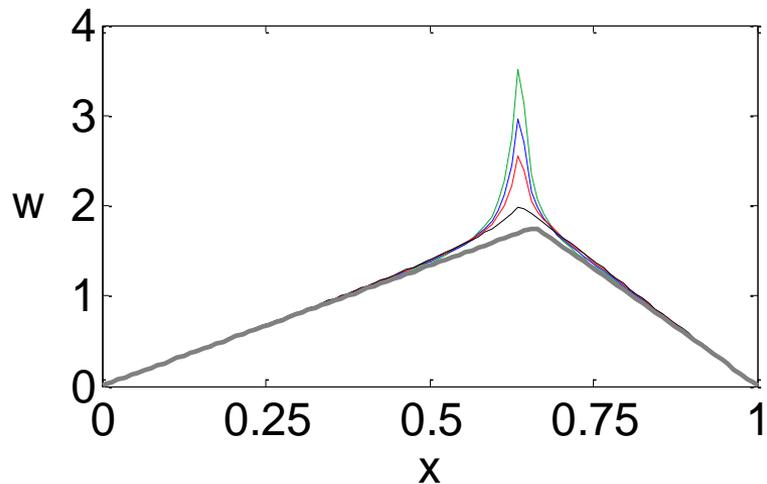
в ЭТТ с  $w$  (тонкая линия)  
и с аппроксимацией  $W$  (двойная толщина)

# Результаты. Схема-2. Сравнение «точного» решения с МФТТ

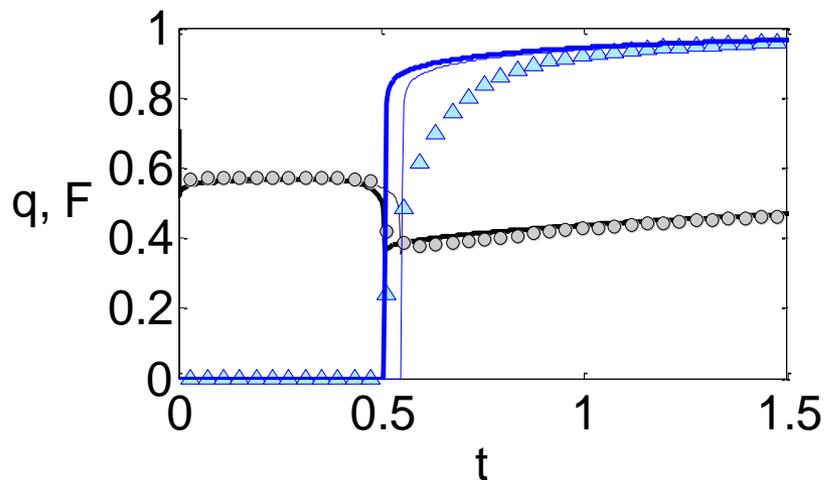
Структура линий тока и динамика поля водонасыщенности в ячейке периодичности



Относительная ширина эффективной трубки тока при  $N=3, 5, 10, 120$  и ее аппроксимация



$$\omega = 0.5, \alpha = 0.492, \beta = 0.952, \lambda = 0.61$$

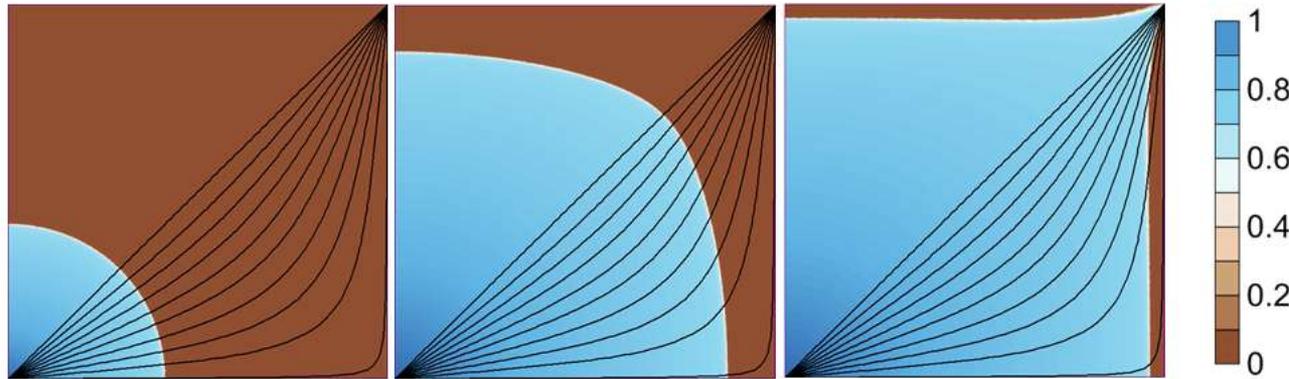


**Дебит и обводненность скважины:**

маркеры - истинные значения,  
линии - вычисленные по ЭТТ:  
тонкие - с исходной шириной  $w$ ,  
толстые - с аппроксимированной шириной  $W$

# Результаты. Схема-3. «Точное» решение

Структура линий тока и динамика поля водонасыщенности в ячейке периодичности при  $H = L$

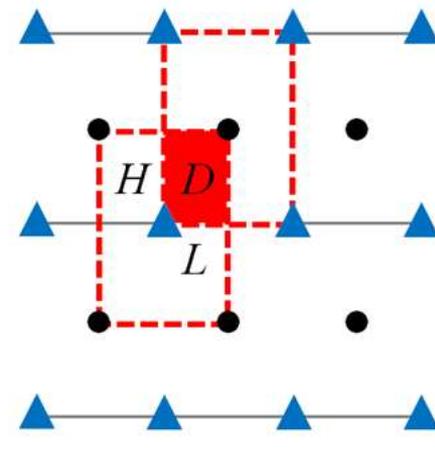
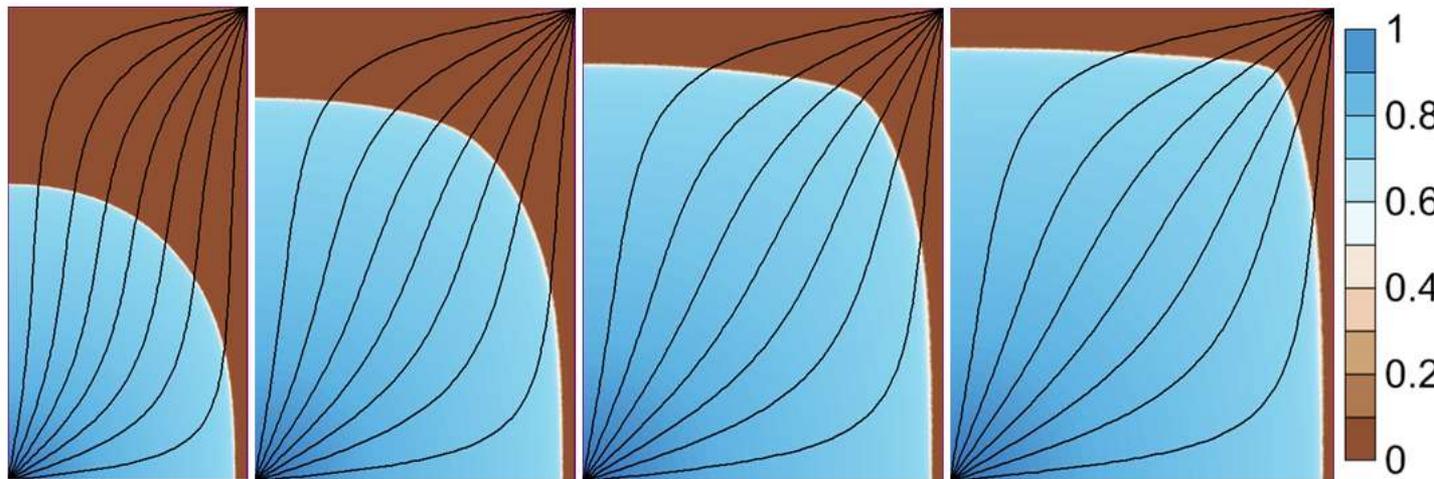
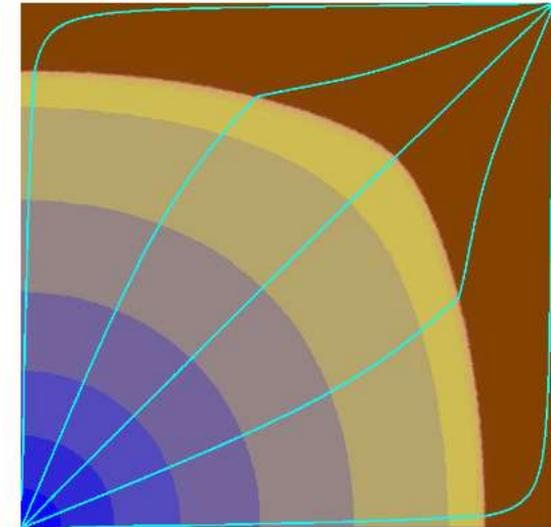


$H/L = 1/2$

$H/L = 2/3$

$H/L = 3/4$

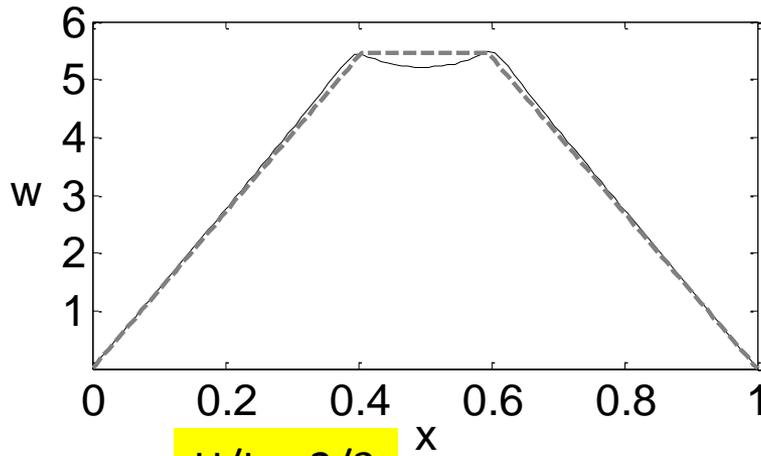
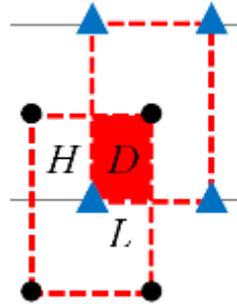
$H/L = 4/5$



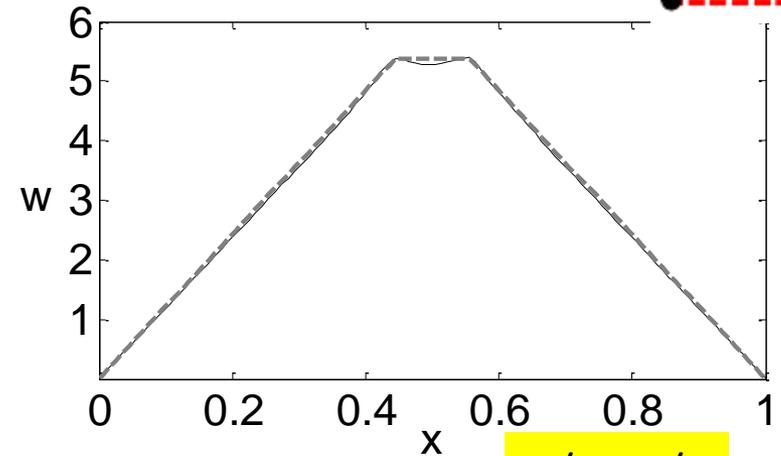
# Результаты. Схема-3. Сравнение «точного» решения с МФТТ

## Аппроксимация относительной ширины ЭТТ

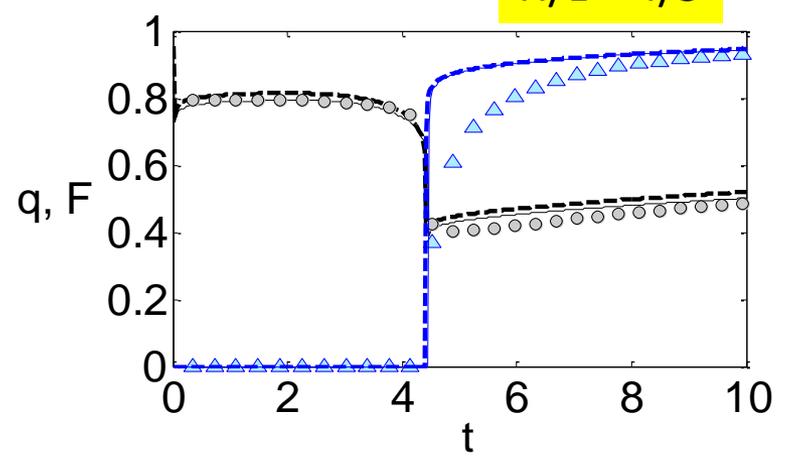
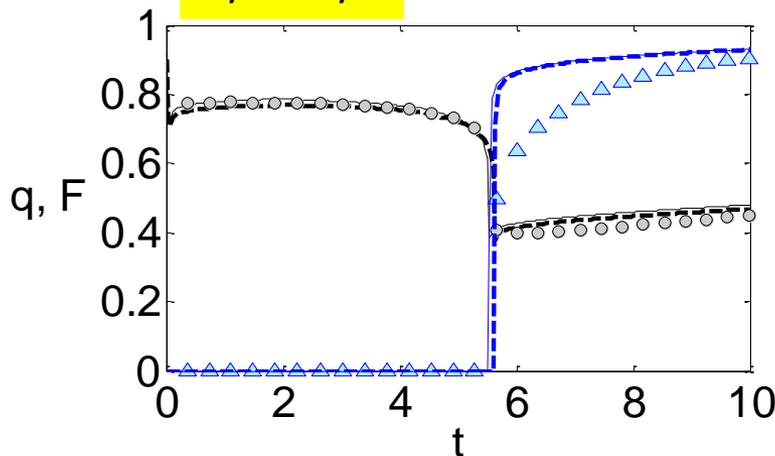
$$\frac{w(x)}{w_R} \approx W(x) = \begin{cases} 1 + x(h-1)/d, & 0 \leq x \leq d; \\ h, & d < x < 1-d; \\ 1 + (1-x)(h-1)/d, & 1-d \leq x \leq 1. \end{cases}$$



$H/L = 2/3$



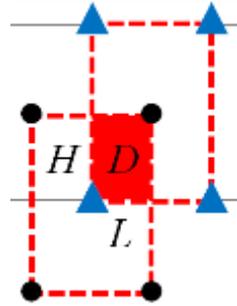
$H/L = 4/5$



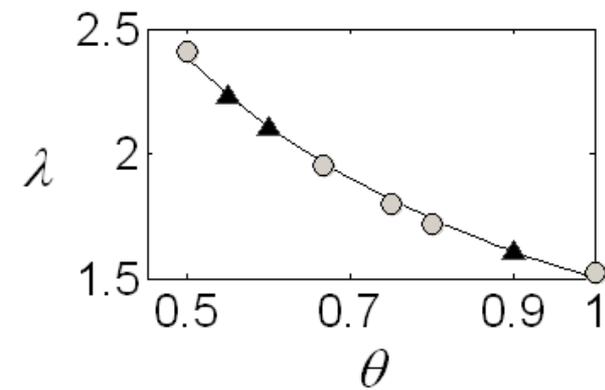
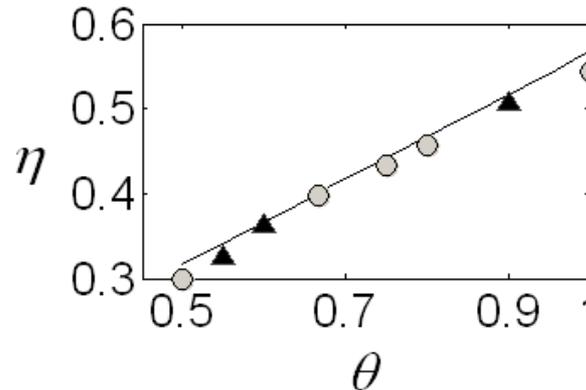
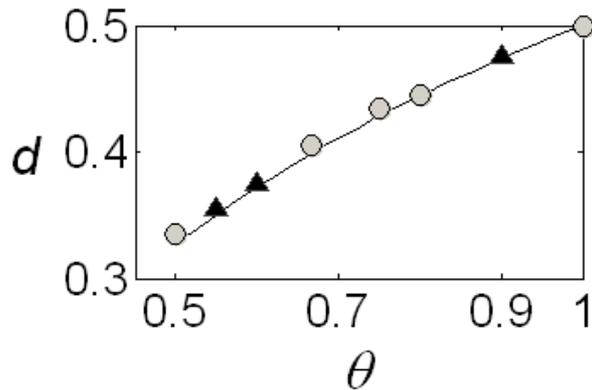
# Результаты. Схема-3. Параметризация для произвольной геометрии

## Аппроксимация относительной ширины ЭТТ

$$\frac{w(x)}{w_R} \approx W(x) = \begin{cases} 1 + x(h-1)/d, & 0 \leq x \leq d; \\ h, & d < x < 1-d; \\ 1 + (1-x)(h-1)/d, & 1-d \leq x \leq 1. \end{cases}$$



$$\eta \equiv h/(\lambda/r_w) = \frac{1}{2}\theta + \frac{1}{15}; \quad d = \frac{1}{4}\ln\theta + \frac{1}{2}; \quad \lambda = \frac{3}{2}\theta^{-\frac{2}{3}}; \quad \theta = \frac{H}{L}$$



Зависимости коэффициентов аппроксимации от отношения сторон элемента заводнения:

**сплошная линия** – приближенные зависимости;

**маркеры** – аппроксимационные (●) и прогнозные (▲) точки  $\theta = \{0.55, 0.6, 0.9\}$

# МФТТ как элемент системы многомасштабного моделирования

| Процессы   | Задачи  | Модели  |
|--|---|---|
| <p><b>Глобальная динамика заводнения залежи.</b></p> <p>Долгосрочный прогноз (десятки лет)</p> | <p><b>Общий проект разработки нефтяной залежи.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- прогноз общих показателей,</li> <li>- анализ темпов выработки запасов,</li> <li>- оценка энергетического состояния,</li> <li>- анализ распределения запасов,</li> <li>- выявление проблемных участков.</li> </ul> | <p><b>Суперэлементная модель.</b></p> <p>Детализация (XY / Z)<br/>200-500 м / 10-100 м</p>  |
| <p><b>Взаимодействие скважин на участке.</b></p> <p>Среднесрочный прогноз (месяц - год)</p>    | <p><b>Проект разработки участков.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- локализация запасов нефти,</li> <li>- оценка взаимодействия скважин,</li> <li>- подбор скважин для мероприятий.</li> </ul>   | <p><b>Трехмерная фильтрационная модель среднего разрешения.</b></p> <p>Детализация (XY / Z)<br/>10-50 м / 1 м</p>   |
| <p><b>Локальные процессы вблизи скважин.</b></p> <p>Краткосрочный прогноз (час - месяц)</p>    | <p><b>Проектирование ГТМ.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- описание локальных эффектов,</li> <li>- обработка призабойной зоны,</li> <li>- горизонтальные скважины,</li> <li>- гидравлический разрыв пласта,</li> <li>- полимерное заводнение.</li> </ul>  | <p><b>Модели высокого разрешения:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- модель фиксированной трубки тока,</li> <li>- модели притока к трещинам ГРП</li> <li>- ...</li> </ul> <p>Детализация (XY / Z)<br/>1 м / 0.1 м</p> |

# Заключение

- Предложен **алгоритм построения единой эффективной фиксированной трубки тока**, описывающей взаимодействие пары нагнетательной и добывающей скважин, позволяющая понизить размерность задачи двухфазной фильтрации без значительной потери точности воспроизведения показателей работы скважин.
- Показано, что для типичных схем заводнения однородного нефтяного пласта форма эффективной трубки тока **может быть приближена кусочно-линейными функциями**. Предложены простые функциональные зависимости, позволяющие построить эффективную трубку тока.
- Построенные трубки тока **могут быть использованы в качестве готовых шаблонов** для последующего моделирования сложных геолого-технических мероприятий в соответствующих элементах заводнения нефтяного пласта с понижением размерности решаемой задачи.
- Изложенный алгоритм продемонстрирован на примере заводнения несжимаемого однородного пласта постоянной толщины без учета капиллярных и гравитационных эффектов, но может быть применен и в более общем случае без указанных ограничений.

# Основные публикации коллектива по теме исследования

1. Поташев К.А., Мазо А.Б. (2020). Численное моделирование локального воздействия на нефтяной пласт с применением фиксированных трубок тока для типичных схем заводнения. *Георесурсы (принята к печати в № 4)*.
2. Мазо А.Б., Поташев К.А. (2020). Суперэлементы. Моделирование разработки нефтяных месторождений: *Монография*. М.: ИНФРА-М, 220 с.
3. Spirina E.A., Potashev K.A., Mazo A.B. (2019). Evaluation of the reliability of the averaging over the reservoir thickness for the model with a fixed streamtube. *Conf. Series: J. of Physics*, 1158 042024, pp. 1-6.
4. Мазо А.Б., Поташев К.А., Баушин В.В., Булыгин Д.В. (2017). Расчет полимерного заводнения нефтяного пласта по модели фильтрации с фиксированной трубкой тока. *Георесурсы*, т. 19, № 1. С. 15-20.
5. Мазо А.Б., Поташев К.А. (2017). Локальное уточнение решения суперэлементной модели разработки нефтяного пласта. *Георесурсы*, т. 19, № 4. С. 10-16.
6. Поташев К.А., Мазо А.Б., Рамазанов Р.Г., Булыгин Д.В. (2016). Анализ и проектирование разработки участка нефтяного пласта с использованием модели фиксированной трубки тока. *Нефть. Газ. Новации*, 187(4), с. 32-40.
7. Шелепов В.В., Булыгин Д.В., Мазо А.Б., Поташев К.А., Рамазанов Р.Г. TubeGeo 1.0. Моделирование геолого-технических мероприятий методом трубок тока. *Свид. о гос. рег. ПрЭВМ № 2016611381 от 01.02.2016 г.*

***Спасибо за внимание!***